

# Etude dynamique et thermique de l'écoulement de Couette-Taylor-Poiseuille; cas d'un fluide présentant un seuil d'écoulement

M. NAIMI, R. DEVIENNE et M. LÉBOUCHE

Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, C.N.R.S., URA No. 875,  
24 rue Lionnois, B.P. 3137, 54013 Nancy Cedex, France

(Reçu le 19 Janvier 1989)

**Résumé**—La structure des tourbillons de Taylor en la présence et en l'absence d'écoulement axial dans l'espace intercyndres est étudiée, au moyen d'une technique de visualisation. Seul le mode d'instabilité toroidal est observé. L'incidence d'un champ thermique imposé sur la structure de l'écoulement est observée et caractérisée. Finalement, le transfert de chaleur est étudié et des corrélations locales prenant en compte le caractère thermodépendant du produit sont proposées, pour les différents régimes d'écoulement.

## 1. INTRODUCTION

LES ÉCHANGEURS de chaleur à surface raclée sont destinés à traiter en continu des produits fortement visqueux. Ils sont particulièrement employés dans le secteur des industries agroalimentaires.

Rappelons que le dimensionnement de ces appareils demeure une opération encore imparfaite dans la mesure où les corrélations utilisées sont des corrélations globales dont le principe doit être mis en cause et qui ne tiennent souvent que très peu compte du caractère non newtonien et de la thermodépendance du fluide.

Maingonnat et Corrieu [1], ainsi que Trommler et Beek [2] ont constaté que les conditions de convection de la chaleur entraînent un saut brusque de la température à l'entrée de la zone de chauffage, et un étalement de la courbe de distribution des temps de séjour, qui rendent très difficile le dimensionnement. Afin de permettre une meilleure compréhension de ce phénomène et donc une conception plus réaliste des échangeurs à surface raclée, nous avons retenu dans un premier temps l'écoulement dans un espace annulaire horizontal avec un cylindre intérieur tournant, un cylindre extérieur fixe, chauffé ou non, en présence d'un débit axial.

En premier lieu, nous avons déterminé les divers régimes d'écoulement en présence et en absence d'un gradient thermique imposé et déterminé la structure de cet écoulement par vélocimétrie laser à effet Doppler. Dans un second temps, nous avons examiné l'incidence de ces régimes et celle de la densité de flux de chaleur sur le coefficient d'échange thermique local.

Pour chaque régime, nous proposons une corrélation liant le nombre de Nusselt local au nombre de Cameron  $X^+$ , à celui de Taylor de la rotation, et à celui de Prandtl, prenant en compte le comportement rhéologique du fluide et sa thermodépendance.

## 2. EQUIPEMENT EXPERIMENTAL ET TECHNIQUES DE MESURE

### 2.1. Installation expérimentale (Fig. 1)

C'est un circuit fermé dans lequel le fluide de travail circule au moyen d'un groupe motopompe à vitesse variable; la pompe a été choisie de type volumétrique, à rotor hélicoïdal excentré, de manière à limiter l'éventuelle dégradation du produit et à imposer un débit régulier.

En sortie de pompe, le fluide traverse un échangeur de chaleur performant, capable d'évacuer les puissances thermiques dissipées et permettant le maintien à température constante, à 0,1°C près, du fluide à l'entrée de la zone d'expérimentation.

Cette zone est alimentée par un bac pressurisé permettant d'assurer un débit régulier du produit. Ce débit est mesuré avec précision à l'aide d'un débitmètre électromagnétique.

Nous disposons de deux veines d'essais: une première veine destinée à examiner, par visualisation et vélocimétrie laser, l'organisation de l'écoulement à l'intérieur même de la zone de chauffage; une deuxième veine dont la géométrie reproduit à l'échelle 1/2 celle d'un échangeur de chaleur à surface raclée utilisé par le laboratoire de Génie Industriel Alimentaire de l'I.N.R.A. à Lille. Cette dernière est destinée à l'étude thermique.

Il s'agit, dans chaque cas, de deux cylindres coaxiaux dont les caractéristiques principales figurent dans le Tableau 1.

Le système de distribution du fluide comporte une bride percée de quatre trous d'entrée radiaux, suivie d'une zone d'établissement du régime dynamique. Le cylindre intérieur peut être animé d'un mouvement de rotation uniforme par l'intermédiaire d'un moteur à courant continu, le contrôle de la vitesse de rotation s'effectuant à l'aide d'un dispositif opto-électronique.

## NOMENCLATURE

$a, b$	coefficients intervenant dans la loi de variation de $K$ avec la température, $K = a \exp(-bT)$	$T_m$	température de mélange [ $^{\circ}\text{C}$ ]
$C_p$	chaleur spécifique à pression constante [ $\text{J kg}^{-1} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]	$T_p$	température de paroi [ $^{\circ}\text{C}$ ]
$D_h$	diamètre hydraulique, $2(R_2 - R_1)$ [m]	$Ta_g$	nombre de Taylor généralisé, $((R_2 - R_1)/R_1)^{1/2} (\rho D_h^2 / 2^n) ((\Omega, R_1)^{2-n} / K)$
$F$	fréquence [Hz]	$Ta_{gc}$	nombre de Taylor généralisé critique
$f_0$	fréquence de passage des tourbillons sur l'élément de mesure [Hz]	$U_z$	vitesse axiale [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$h$	coefficient d'échange thermique [ $\text{W m}^{-2} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]	$U_{\theta}$	vitesse tangentielle [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$K$	indice de consistance [ $\text{Pa s}^n$ ]	$V$	vitesse moyenne [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$L$	longueur de la zone chauffée [m]	$V'$	fluctuation de vitesse [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$m$	exposant du groupement adimensionnel traduisant la thermodépendance du produit	$U_d$	vitesse débitante [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$n$	indice de structure, apparaissant dans la loi, $\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n$	$U_0$	valeur maximale de $V'$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$Nu$	nombre de Nusselt local	$U_o$	vitesse équivalente, $(V_d^2 + (R_1 \Omega_1)^2)^{1/2}$
$Pe$	nombre de Peclet, $\rho U_d C_p / \lambda$	$X^+$	nombre de Cameron, $(2z/D_h)/Pe$
$Pr_{cg}$	nombre de Prandtl équivalent généralisé, $(C_p K / \lambda) (V_e / D_h)^{n-1}$	$X^{+}$	nombre de Cameron, $(2(L-z)/D_h)/Pe$
$P_{zz}$	densité spectrale de puissance normée	$Z$	position axiale dans l'espace annulaire.
$R_1$	rayon du cylindre intérieur [m]	Symboles grecs	
$R_2$	rayon intérieur du cylindre extérieur [m]	$\dot{\gamma}$	gradient de vitesse [ $\text{s}^{-1}$ ]
$Re_g$	nombre de Reynolds généralisé, $\rho U_d^{2-n} D_h^n / K$	$\lambda$	conductibilité thermique [ $\text{W m}^{-1} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]
		$\rho$	masse volumique [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
		$\tau$	contrainte dans le fluide [Pa]
		$\tau_0$	contrainte seuil [Pa]
		$\Phi_p$	densité de flux de chaleur pariétale [ $\text{W m}^{-2}$ ]
		$\Omega_1$	vitesse de rotation du cylindre intérieur [ $\text{rad s}^{-1}$ ].

Le prototype de visualisation comporte un cylindre extérieur en verre, un cylindre intérieur en polyméthacrylate de méthyle (PMM) et une double enveloppe en PMM où circule le fluide chauffant (eau chaude), fourni par un thermostat.

Dans le prototype utilisé pour l'étude du coefficient d'échange, le cylindre extérieur est en cuivre; il porte sur sa face externe un enroulement résistif pouvant dissiper au maximum 2 kW. L'épaisseur du cuivre (2,5 mm) et le pas du bobinage (3 mm) ont été déterminés de façon à ce que l'on puisse considérer la densité

de flux de chaleur comme uniforme. L'ensemble est efficacement isolé par une couche d'air et une enveloppe en PMM (elle-même calorifugée par un revêtement en mousse de polyuréthane). Des thermocouples (25), repartis régulièrement en paroi de ce cylindre, sont connectés à une centrale de mesures thermiques pilotée par un micro-ordinateur, qui peut ainsi enregistrer la température le long de la paroi chauffante. En fin de zone chauffée, une fenêtre en PMM autorise la mise en oeuvre de la vélocimétrie laser.

Dans chaque prototype est placée, en fin de zone

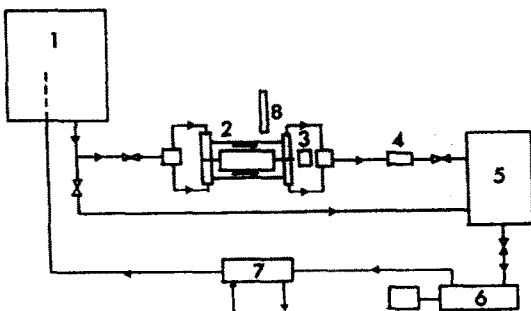


FIG. 1. Schéma du montage expérimental : 1, bac pressurisé ; 2, veine d'essai ; 3, moteur à vitesse variable ; 4, débitmètre électromagnétique ; 5, bac aval ; 6, groupe motopompe ; 7, échangeur de chaleur ; 8, laser (vélocimétrie).

Tableau 1. Principales caractéristiques des deux veines

<i>Veine de visualisation et vélocimétrie laser</i>	
Diamètre du rotor	40 mm
Diamètre du stator	65 mm
Diamètre intérieur de l'enveloppe chauffante	80 mm
Épaisseur de l'enveloppe chauffante transparente	20 mm
Longueur de la zone de chauffage	205 mm
<i>Veine de l'étude thermique</i>	
Diamètre du rotor	40 mm
Diamètre du stator	65 mm
Longueur de la zone de chauffage	160 mm
Nombre de prises de température	25
Puissance dissipée électriquement	0-1,5 kW

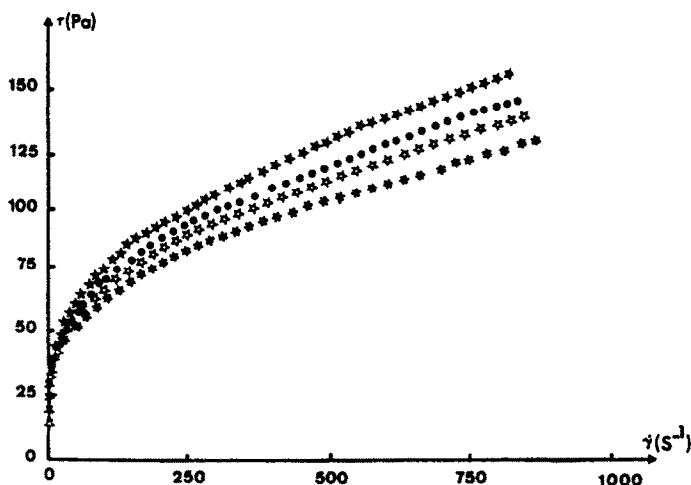


FIG. 2. Evolution de la contrainte en fonction du taux de cisaillement pour différentes températures: ★, rhéogramme obtenu pour  $T = 10^{\circ}\text{C}$ ; ●, rhéogramme obtenu pour  $T = 20^{\circ}\text{C}$ ; ☆, rhéogramme obtenu pour  $T = 30^{\circ}\text{C}$ ; \*, rhéogramme obtenu pour  $T = 40^{\circ}\text{C}$ .

de chauffage, une sonde-thermocouple coudée qui, reliée à un thermomètre numérique, autorise le tracé d'un profil radial de température.

## 2.2. Fluide de travail

L'étude expérimentale a été menée avec un fluide à seuil, modèle représentatif des fluides alimentaires. Notre choix s'est porté sur une solution aqueuse d'un acide acrylique (CARBOPOL 940 fabriquée par BF Goodrich). Ce gel possède les propriétés d'être réversible, transparent, non toxique et peut garder son homogénéité sous l'action des grandes déformations.

Le gel est obtenu après la mise en solution dans l'eau déminéralisée de la résine (polymère de l'acide acrylique réticulé par la neutralisation de cette solution avec une base minérale). La consistance du produit dépend fortement du pH de la préparation.

Les expériences ont été menées avec une concentration de 0,2% en poids de résine. La neutralisation était effectuée avec une solution d'hydroxyde de sodium à 18% (pH = 6,5 à 7,5).

Afin de prévenir le développement des bactéries et moisissures, l'addition d'un produit conservateur (Formol à 0,1%) a été nécessaire.

La caractérisation rhéologique du produit a été effectuée principalement sur un rhéomètre rotatif type plan-cône à contrainte imposée, car ce type d'appareil est le mieux adapté pour l'étude des fluides présentant un seuil d'écoulement.

Des rhéogrammes du fluide à différentes températures sont présentés sur la Fig. 2. Il apparaît que:

(a) une loi du type  $\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n$  (Herschel-Bulkley) peut être adoptée dans une large gamme de taux de cisaillement ( $0,03 \text{ s}^{-1} \leq \dot{\gamma} \leq 900 \text{ s}^{-1}$ );

(b) le fluide est thermodépendant (en particulier par sa consistance  $K$ ).

## 3. RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DISCUSSIONS

### 3.1. Etude de la stabilité hydrodynamique

Afin de séparer les différents régimes d'écoulement et faire une étude de stabilité hydrodynamique, une technique de visualisation a été utilisée. Elle consiste en l'adjonction de paillettes d'aluminium au fluide.

Dans le cas de l'écoulement de Couette pur, nous avons constaté qu'au delà d'un nombre de Taylor critique, les structures tourbillonnaires prennent naissance aux deux extrémités du dispositif. En augmentant le nombre de Taylor, ces structures occupent progressivement toute la longueur de l'espace annulaire, phénomène déjà observé par Nouar [10] dans le cas d'un fluide d'Ostwald. Le nombre de Taylor généralisé critique correspondant au remplissage total du dispositif est  $Ta_{gc} = 58$ , valeur supérieure à celle obtenue dans le cas d'un fluide pseudoplastique [10].

Comme l'ont signalé un certain nombre d'auteurs [3, 10], l'apparition des tourbillons est retardée dans le cas où un débit est axial imposé. Le remplissage de l'espace annulaire se fait alors progressivement vers l'amont, pour les nombres de Taylor croissants (Fig. 3).

La Fig. 4 est une carte de stabilité qui résume l'ensemble de nos observations à 50 mm en aval de la section d'entrée, pour deux fluides pseudoplastiques, avec et sans seuil d'écoulement, en situation isotherme et en situation de chauffage.

Il convient de remarquer que seule la structure toroidale de Taylor a été observée dans le cas d'un fluide à seuil; la présence du seuil rend l'écoulement plus stable et la structure hélicoïdale observée pour les fluides d'Ostwald [10] n'apparaît plus.

Nous avons également testé l'influence d'un gradient radial de température imposé sur la structure tour-

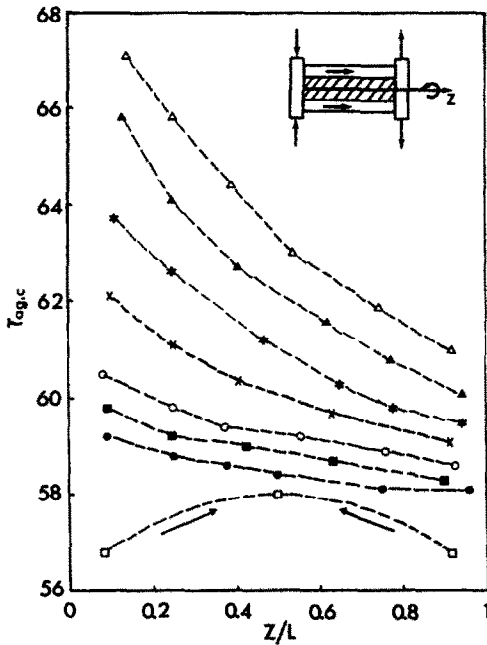


FIG. 3. Evolution du nombre de Taylor généralisé critique en fonction de la position axiale dans l'espace annulaire:  $\square$ ,  $Re_s = 0$ ;  $\bullet$ ,  $Re_s = 0,03$ ;  $\blacksquare$ ,  $Re_s = 0,09$ ;  $\circ$ ,  $Re_s = 0,18$ ;  $\times$ ,  $Re_s = 0,35$ ;  $*$ ,  $Re_s = 0,60$ ;  $\blacktriangle$ ,  $Re_s = 0,92$ ;  $\triangle$ ,  $Re_s = 1,18$ .

billonnaire et les conditions de son apparition. Il apparaît que:

(a) le chauffage du cylindre extérieur a un effet destabilisateur; Becker et Kaye [4] ont fait la même constatation pour un fluide newtonien en écoulement de Couette–Taylor;

(b) cet effet est plus marqué dans le cas d'un fluide rhéofluidifiant avec seuil d'écoulement que sans seuil.

### 3.2. Etude du champ des vitesses et des fluctuations correspondantes

L'étude de la stabilité hydrodynamique a été complétée par celle du champ des vitesses, par vélocimétrie laser à effet Doppler. Nous avons également examiné l'incidence d'un champ thermique imposé sur la distribution des vitesses.

#### 3.2.1. En situation isotherme.

##### (1) En régime laminaire.

Pour l'écoulement de Poiseuille pur, l'influence du débit axial sur la zone d'isovitesse a été mise en évidence: elle subit un rétrécissement au fur et à mesure que celui-ci croît (Fig. 5).

Pour l'écoulement de Couette–Poiseuille, cette zone disparaît totalement lors de la mise en rotation du cylindre intérieur: la superposition d'un cisaillement circonférentiel au cisaillement axial conduit au franchissement de la contrainte seuil et donc à la disparition de l'écoulement en bloc. La vitesse augmente au voisinage de la paroi tournante, là où existent des valeurs élevées du taux de cisaillement, tel qu'il a été remarqué par Nouar [10] pour un fluide rhéofluidifiant (Fig. 6).

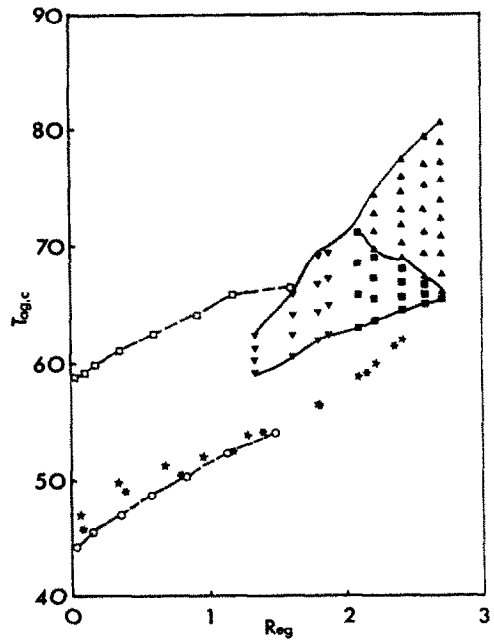


FIG. 4. Divers modes d'instabilité observés à 50 mm en aval de la section d'entrée, en situation isotherme et en situation de chauffage. Comparaison entre les résultats obtenus pour un fluide à seuil (CARBOPOL 940) et ceux obtenus pour un fluide pseudoplastique (C.M.C).  $\square$ ,  $\circ$ ,  $\star$ ,  $*$ , Structure toroïdale axisymétrique:  $\square$ , fluide à seuil en situation isotherme;  $\circ$ , fluide à seuil en situation de chauffage;  $\star$ , fluide pseudoplastique en situation isotherme;  $*$ , fluide pseudoplastique en situation de chauffage.  $\nabla$ ,  $\blacksquare$ ,  $\blacktriangle$ , Structure hélicoïdale observée pour le fluide pseudoplastique:  $\nabla$ , structure hélicoïdale se déplaçant à contre-courant;  $\blacksquare$ , structure hélicoïdale quasistationnaire;  $\blacktriangle$ , structure hélicoïdale se déplaçant à co-courant.

##### (2) En régime tourbillonnaire.

Comparativement au cas laminaire avec rotation du cylindre intérieur, le profil de vitesse axiale moyenne se trouve légèrement déformé en raison du mélangeage créé par les tourbillons de Taylor (Fig. 7). Quant au profil de vitesse tangentielle moyenne, il présente un point d'inflexion traduisant le mélangeage du fluide par les tourbillons (Fig. 8). Cette inflexion est d'autant plus marquée que le débit est faible et la vitesse de rotation élevée.

Hirai *et al.* [11], Simmers et Coney [5] dans le cas d'un fluide newtonien et Nouar [10] dans le cas d'un fluide d'Ostwald ont abouti à la même constatation expérimentale.

L'analyse du signal issu de la chaîne de mesure et correspondant à l'une des deux composantes axiale ou tangentielle de la vitesse montre que celle-ci peut s'écrire comme étant la somme d'une valeur moyenne  $\overline{V}(r)$  et d'une fluctuation  $V'(t, r)$ , soit:

$$V(t, r) = \overline{V}(r) + V'(t, r).$$

Le spectre de puissance (Fig. 9) des fluctuations de la vitesse permet de conclure que  $V'(t, r)$  est pratiquement sinusoïdale:

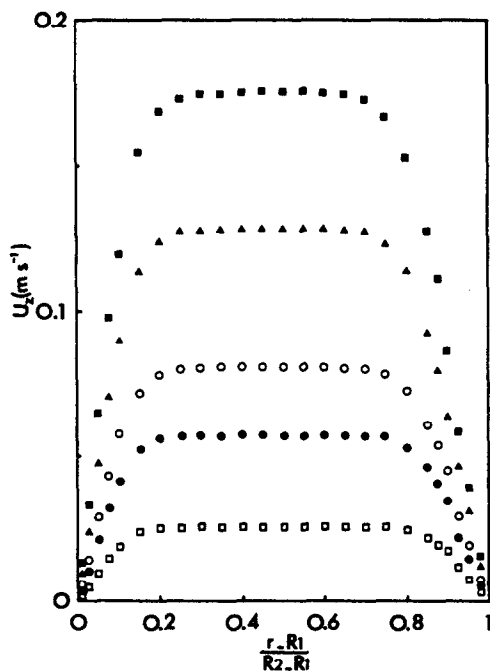


FIG. 5. Influence du nombre de Reynolds généralisé sur le profil de vitesse axiale. Cas de l'écoulement de Poiseuille laminaire:  $\square$ ,  $Re_g = 0,05$ ;  $\bullet$ ,  $Re_g = 0,2$ ;  $\circ$ ,  $Re_g = 0,33$ ;  $\blacktriangle$ ,  $Re_g = 0,7$ ;  $\blacksquare$ ,  $Re_g = 1,16$ .

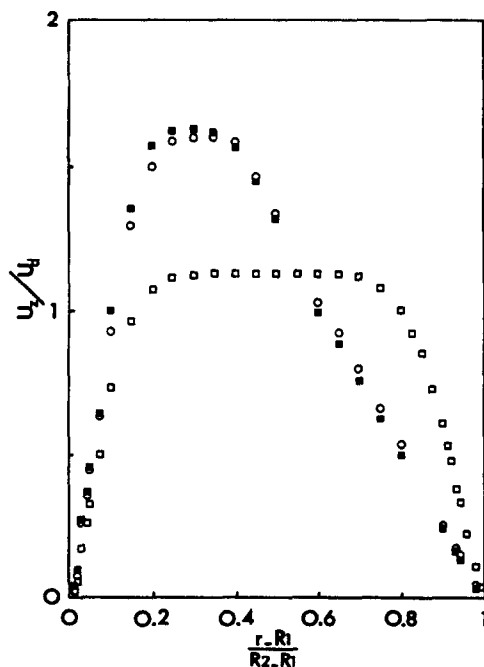


FIG. 7. Influence du nombre de Taylor généralisé sur le profil de vitesse axiale en régime tourbillonnaire. Cas de l'écoulement de Couette-Poiseuille:  $\square$ ,  $Ta_g = 0$ ,  $Re_g = 0,68$ ;  $\circ$ ,  $Ta_g = 75,2$ ,  $Re_g = 0,68$ ;  $\blacksquare$ ,  $Ta_g = 85,3$ ,  $Re_g = 0,68$ .

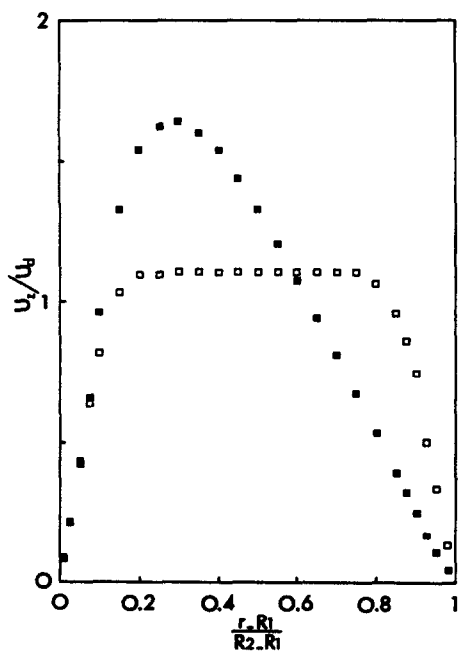


FIG. 6. Influence du nombre de Taylor généralisé sur le profil de vitesse axiale. Cas de l'écoulement de Couette-Poiseuille laminaire:  $\square$ ,  $Ta_g = 0$ ,  $Re_g = 0,05$ ;  $\blacksquare$ ,  $Ta_g = 5,7$ ,  $Re_g = 0,05$ .

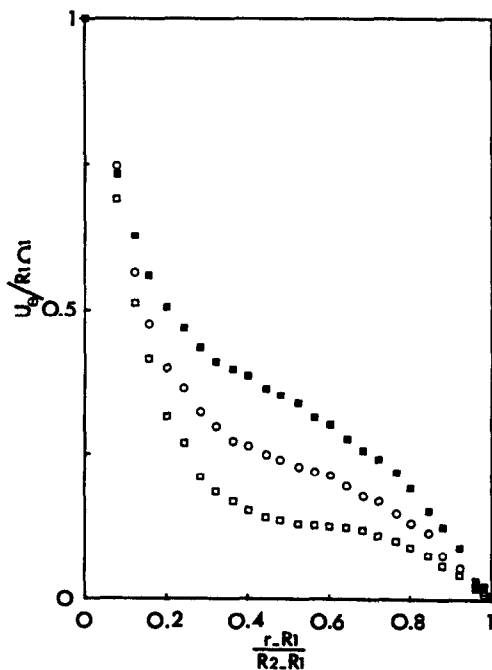


FIG. 8. Influence du nombre de Reynolds généralisé sur le profil de vitesse tangentielle en régime tourbillonnaire:  $\square$ ,  $Re_g = 0$ ,  $Ta_g = 111,3$ ;  $\circ$ ,  $Re_g = 0,68$ ;  $Ta_g = 111,3$ ;  $\blacksquare$ ,  $Re_g = 1,67$ ,  $Ta_g = 111,3$ .

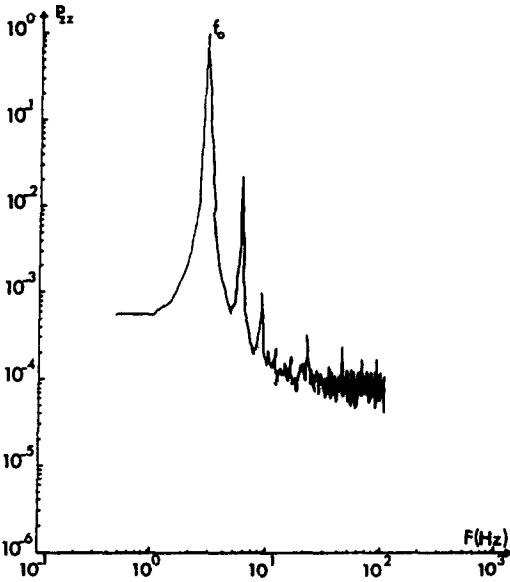


FIG. 9. Densité spectrale énergétique normée des fluctuations de la vitesse axiale.

$$V'(t, r) = U_0(r) \sin(2\pi f_0 t)$$

et que  $U_0(r)$  (Fig. 10) n'est autre que la vitesse de rotation des tourbillons.

Celle-ci est nulle aux parois, maximale à 2 mm de la paroi tournante et à 3 mm de la paroi fixe et minimale à proximité du milieu de l'entrefer, là où se trouve le coeur de la cellule de Taylor. Cette vitesse est d'autant plus élevée que le nombre de Taylor est important.

3.2.2. *En situation de chauffage.* L'influence du champ thermique sur la distribution des vitesses se traduit par une augmentation de celles-ci près de la paroi chauffée, effet consécutif à une diminution de la viscosité apparente (Fig. 11). Un bon nombre d'auteurs ont mis en évidence cette influence: Nouar [10], Scirocco *et al.* [6] et Sourlier *et al.* [7]. Cet effet disparaît dans le cas de l'écoulement de Poiseuille pur; la zone plastique est suffisante pour stabiliser le champ dynamique (Fig. 12).

3.3. *Etude du champ des températures*

Nous présentons sur la Fig. 13 l'évolution radiale de la température réduite  $\theta = (T - T_c) / (\Phi_p D_h / \lambda)$  au sein du fluide, paramétrée par le nombre de Taylor, dans la section de sortie de l'espace intercylindres et ceci pour un nombre de Reynolds et une densité de flux donnés. Il apparaît que:

(1) En régime tourbillonnaire et par rapport au cas laminaire, la température augmente du côté de la paroi froide et diminue du côté de la paroi chaude. Ceci traduit l'effet de recirculation des tourbillons qui, en tournant, ramènent du fluide chaud de la paroi soumise au flux de chaleur vers l'autre paroi.

(2) L'épaisseur de la couche limite thermique est plus importante en régime tourbillonnaire qu'en régime

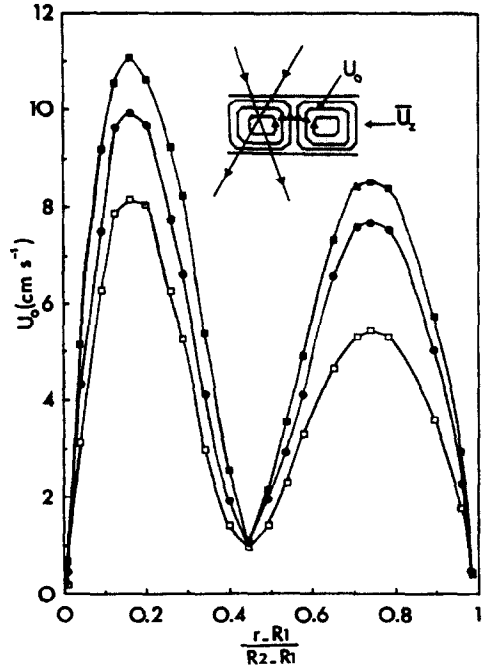


FIG. 10. Influence du nombre de Taylor généralisé sur la vitesse de rotation des cellules de Taylor:  $\square$ ,  $Ta_g = 80,1$ ,  $Re_g = 0,68$ ;  $\bullet$ ,  $Ta_g = 85,3$ ,  $Re_g = 0,68$ ;  $\blacksquare$ ,  $Ta_g = 111,3$ ,  $Re_g = 0,68$ .

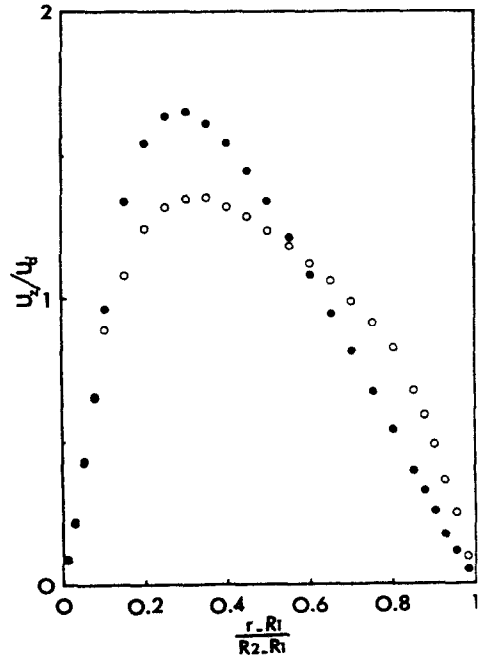


FIG. 11. Influence d'un gradient radial de température sur le profil de vitesse axiale en régime laminaire. Cas de l'écoulement de Couette-Poiseuille:  $\bullet$ ,  $\Phi_p = 0 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $Ta_g = 5,7$ ;  $\circ$ ,  $\Phi_p = 31949 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $Ta_g = 5,7$ .

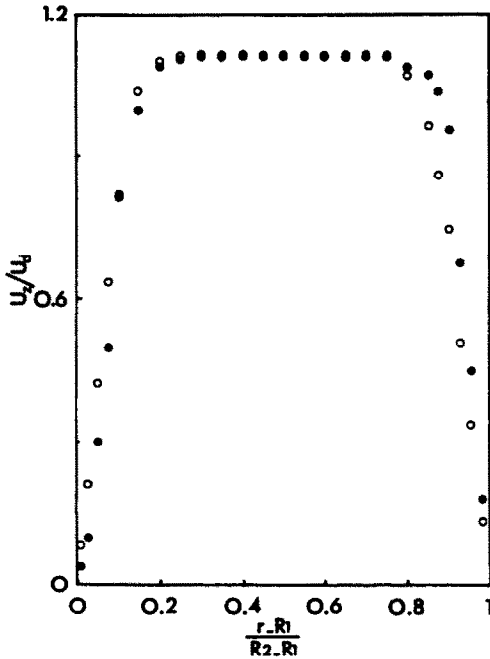


FIG. 12. Influence d'un gradient radial de température sur le profil de vitesse axiale en régime laminaire. Cas de l'écoulement de Poiseuille: ○,  $\Phi_p = 0 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,05$ ; ●,  $\Phi_p = 31\,949 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,05$ .

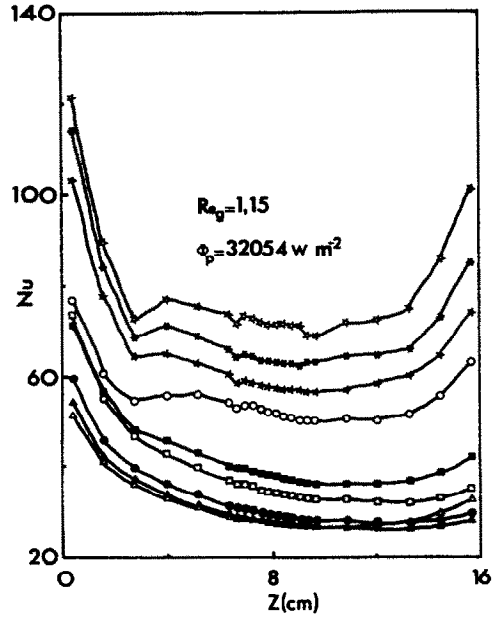


FIG. 14. Evolution du nombre de Nusselt local en fonction de la position axiale dans l'espace annulaire: □,  $Ta_g = 0$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ●,  $Ta_g = 12,9$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ▲,  $Ta_g = 52,3$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; △,  $Ta_g = 85,3$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ■,  $Ta_g = 98,2$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ○,  $Ta_g = 131,9$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ★,  $Ta_g = 162,1$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; \*,  $Ta_g = 185$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ☆,  $Ta_g = 202,1$ ,  $Re_g = 1,15$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ .

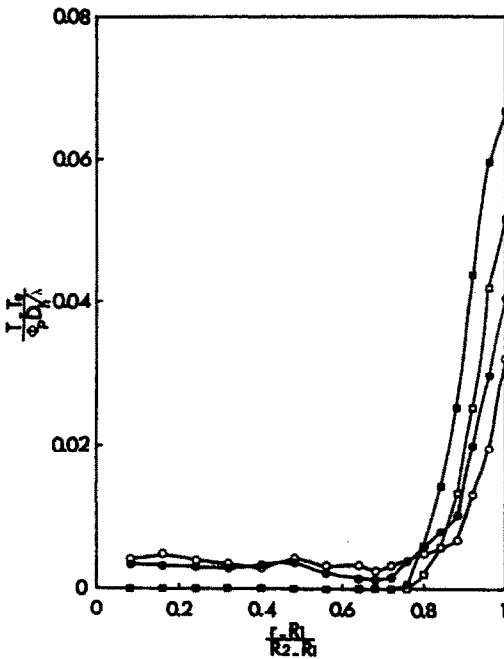


FIG. 13. Influence du nombre de Taylor généralisé sur le profil radial de température en régime tourbillonnaire. Régime laminaire: □,  $Ta_g = 0$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ■,  $Ta_g = 31,24$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ . Régime laminaire tourbillonnaire: ●,  $Ta_g = 66,81$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ ; ○,  $Ta_g = 75,9$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $\Phi_p = 32\,054 \text{ W m}^{-2}$ .

laminaire, à cause du mélangeage crée par les tourbillons.

3.4. Etude du coefficient de transfert thermique dans la zone d'entrée

Le transfert de chaleur entre paroi chaude et fluide en mouvement est caractérisé par le groupement adimensionnel de Nusselt:

$$Nu(z) = h(z)D_h/\lambda_m(z) = (\Phi_p/(T_p(z) - T_m(z)))(D_h/\lambda_m(z))$$

$T_m$  étant la température de mélange dans la section considérée, calculée par un bilan thermique, et  $\lambda_m$  la conductivité thermique déterminée à la température  $T_m$ .

3.4.1. Influence de la structure de l'écoulement.

Sur la Fig. 14 nous avons représenté l'évolution du nombre de Nusselt local paramétré par le nombre de Taylor, en fonction du seul paramètre de position  $z$ , pour un nombre de Reynolds et une densité de flux de chaleur donnés.

En régime laminaire, l'influence du nombre de Taylor se traduit par une légère diminution du coefficient de transfert, diminution qui peut être attribuée à celle du gradient de vitesse axiale au voisinage de la paroi chaude (Fig. 11).

Nouar [10] avait observé la même chose dans le cas d'un fluide pseudoplastique.

Dans le cas d'un fluide newtonien, cette diminution est beaucoup moins nette [8].

En régime tourbillonnaire, l'apparition progressive des tourbillons de Taylor de l'aval vers l'amont, qui vient perturber la croissance uniforme de la couche limite thermique, entraîne un accroissement important du nombre de Nusselt en nombres de Taylor croissants. Lorsque la totalité de l'espace annulaire est envahie par les tourbillons de Taylor, le nombre de Nusselt continue de croître partout, avec le nombre de Taylor. Ceci se traduira par l'augmentation de l'exposant du nombre de Taylor généralisé qui passe de 0,08 (laminaire) à 1,08 (laminaire tourbillonnaire).

La remontée des courbes d'évolution du nombre de Nusselt à l'aval de la zone chauffée est due à l'effet de recirculation provoqué par les cellules de Taylor contrarotatives.

**3.4.2. Effet de la densité de flux de chaleur pariétale.** Sous l'influence de la puissance de chauffage, le fluide se fluidifie au niveau de la paroi chauffée (résultat de la thermodépendance) d'où une augmentation du gradient de vitesse axiale, qui induit à son tour une diminution de l'épaisseur de la couche limite thermique, ou celle de la zone à fort gradient de température en régime tourbillonnaire. Ceci a pour conséquence un accroissement du coefficient de transfert de chaleur.

Ce phénomène se produit également pour l'écoulement des fluides pseudoplastiques, en conduite cylindrique [6], rectangulaire [7] et annulaire [10].

Les Figs. 15, 16(a) et (b) donnent un exemple d'évolution du nombre de Nusselt local, rapporté à  $Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{0,08}$  (laminaire) et  $Pr_{cg}^{-1/3} Ta_g^{1,08}$  (tourbillonnaire), où l'on remarque l'influence positive de la densité de flux de chaleur sur le transfert.

**3.4.3. Les lois d'échange thermique proposées.** Etant données les grandes valeurs du nombre de Prandtl rencontrées, le régime thermique n'est jamais établi

en régime laminaire ou laminaire tourbillonnaire et il est préférable de donner l'évolution du nombre de Nusselt en fonction d'un paramètre de position adimensionnel, le nombre de Cameron  $X^+$ .

Pour corrélérer nos résultats expérimentaux, à différents débits et différentes vitesses de rotation du cylindre intérieur, il faut prendre en compte l'effet des deux cisaillements axial et tangentiel sur la viscosité apparente. Pour cela on introduit une vitesse équivalente :

$$V_e = (V_d^2 + \alpha(R, \Omega)^2)^{1/2}; \text{ dans notre cas, } \alpha = 1$$

vitesse à partir de laquelle nous avons défini un nombre de Prandtl équivalent :

$$Pr_{eq} = (C_p K / \lambda) (V_e / D_h)^{n-1}.$$

La prise en compte de l'influence de la thermodépendance a été traduite par le groupement adimensionnel :

$$\frac{b\Phi_p D_h}{2\lambda}$$

proposé par Joshi et Bergles [9] et repris par Scirocco *et al.* [6], Nouar [10] et Sourlier *et al.* [7].

Nos résultats expérimentaux sont représentés Figs. 17, 18, 19(a) et (b). Ils peuvent être corrélés par les relations suivantes :

(a) écoulement de Poiseuille pur

$$4 \times 10^{-5} \leq X^+ \leq 2,2 \times 10^{-3}$$

$$Nu(X^+) = 2,86 \left( \frac{b\Phi_p D_h}{2\lambda} \right)^{0,098} [X^+]^{-0,27};$$

(b) écoulement de Couette–Poiseuille:  $4,6 \leq Ta_g \leq 67,8$

$$4,8 \times 10^{-5} \leq X^+ \leq 7,56 \times 10^{-4}$$

$$Nu(X^+) = 0,07 \left( \frac{b\Phi_p D_h}{2\lambda} \right)^{0,156} Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{0,08} [X^+]^{-0,29};$$

(c) écoulement de Couette–Poiseuille–Taylor:  $77,5 \leq Ta_g \leq 202,1$ .

La croissance importante du coefficient d'échange en fin de zone chauffée, liée à la présence des cellules de Taylor, correspond en fait à la naissance d'une couche limite à l'aval, provoquée par l'attaque de la dernière cellule dont la vitesse circonférentielle est plus grande que la vitesse débitante. Il est donc logique d'adopter deux lois de transfert pour ce régime: la première pour laquelle  $X^+$  est compté à partir de l'amont du cylindre et la seconde pour laquelle  $X^+$  est compté à partir de l'aval.

1<sup>ère</sup> zone:  $1,08 \times 10^{-5} \leq X^+ \leq 3,5 \times 10^{-4}$

$$Nu(X^+) = 0,003 \left( \frac{b\Phi_p D_h}{2\lambda} \right)^{0,156} Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{1,08} [X^+]^{-0,17}.$$

2<sup>ème</sup> zone:  $2,5 \times 10^{-5} \leq X^+ \leq 3,4 \times 10^{-4}$

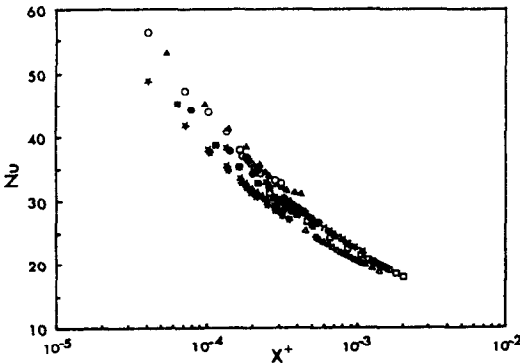


FIG. 15. Evolution du nombre de Nusselt local pour plusieurs de nos expériences. Cas de l'écoulement de Poiseuille-laminaire:  $\square$ ,  $Re_g = 0,05$ ,  $\Phi_p = 19\,128 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\triangle$ ,  $Re_g = 0,1$ ,  $\Phi_p = 12\,570 \text{ W m}^{-2}$ ;  $*$ ,  $Re_g = 0,15$ ,  $\Phi_p = 12\,570 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\star$ ,  $Re_g = 0,15$ ,  $\Phi_p = 25\,273 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\bullet$ ,  $Re_g = 0,37$ ,  $\Phi_p = 25\,273 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\blacksquare$ ,  $Re_g = 0,52$ ,  $\Phi_p = 19\,128 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\blacktriangle$ ,  $Re_g = 0,8$ ,  $\Phi_p = 31\,772 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\star$ ,  $Re_g = 1,3$ ,  $\Phi_p = 12\,570 \text{ W m}^{-2}$ ;  $\circ$ ,  $Re_g = 1,3$ ,  $\Phi_p = 31\,772 \text{ W m}^{-2}$ .



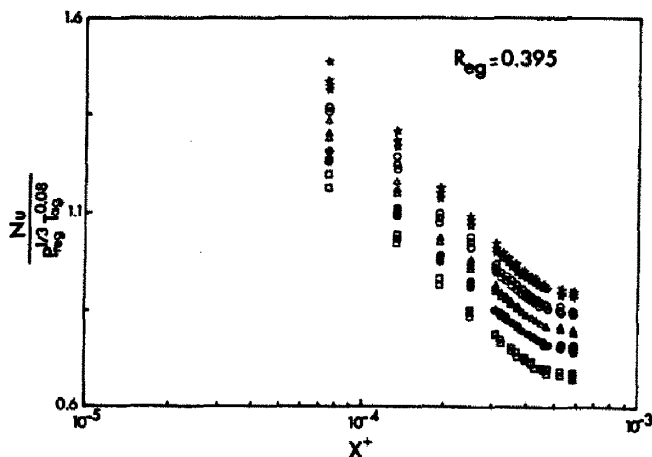


FIG. 16(a). Evolution du groupement  $Nu/(Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{0.08})$  en fonction du nombre de Cameron  $X^+$  pour plusieurs valeurs de la densité de flux de chaleur. Cas de l'écoulement de Couette-Poiseuille laminaire (coordonnées semi-logarithmiques):  $\square$ ,  $\Phi_p = 6343 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\bullet$ ,  $\Phi_p = 12617 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\triangle$ ,  $\Phi_p = 19128 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\circ$ ,  $\Phi_p = 25273 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\star$ ,  $\Phi_p = 31949 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ .

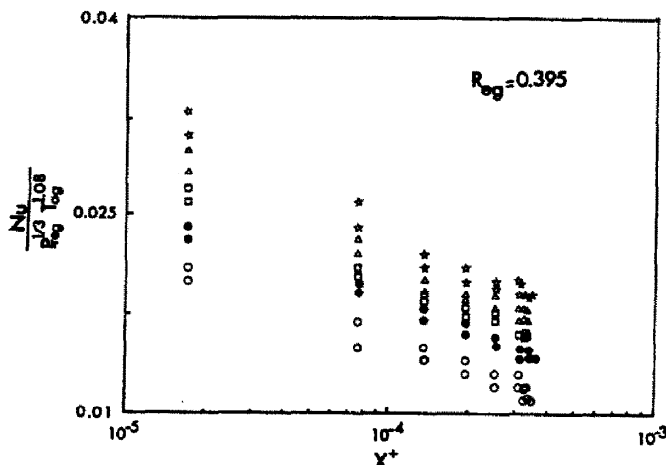


FIG. 16(b). Evolution de groupement  $Nu/(Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{0.08})$  en fonction du nombre de Cameron  $X^+$  pour plusieurs valeurs de la densité de flux de chaleur. Cas de l'écoulement de Couette-Poiseuille laminaire tourbillonnaire (coordonnées semi-logarithmiques):  $\circ$ ,  $\Phi_p = 6343 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\bullet$ ,  $\Phi_p = 12617 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\square$ ,  $\Phi_p = 19128 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\triangle$ ,  $\Phi_p = 25273 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ ;  $\star$ ,  $\Phi_p = 31949 \text{ W m}^{-2}$ ,  $Re_g = 0,395$ .

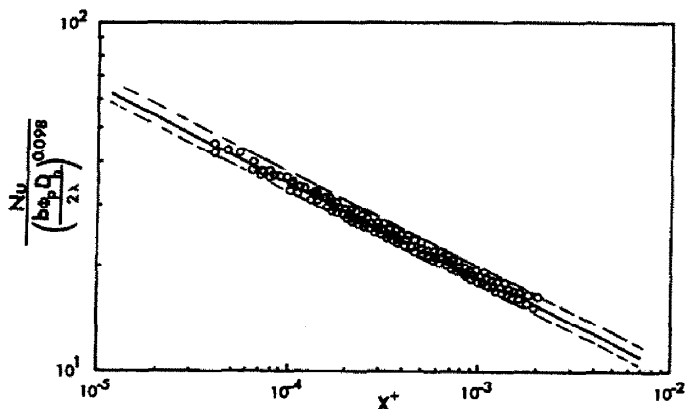


FIG. 17. Comparaison entre nos résultats expérimentaux et la corrélation proposée (—). Cas de l'écoulement de Poiseuille. ----, Bande  $\pm 5\%$ .

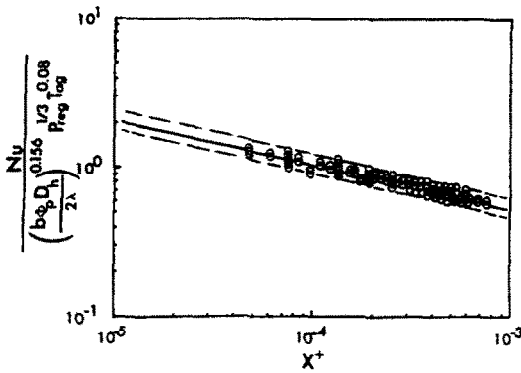


FIG. 18. Comparaison entre nos résultats expérimentaux et la corrélation proposée (—). Cas de l'écoulement de Couette–Poiseuille laminaire. ----, Bande  $\pm 7\%$ .

$$Nu(X^+) =$$

$$0,008 \left( \frac{b\Phi_p D_h}{2\lambda} \right)^{0,156} Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{1,08} [X^+]^{-0,072}$$

Quelques conclusions peuvent être dégagées des lois de transfert obtenues.

L'exposant du groupement adimensionnel  $b\Phi_p D_h / 2\lambda$  augmente en passant de l'écoulement de Poiseuille (0,098) à l'écoulement de Couette–Poiseuille avec ou sans tourbillons (0,156). Cette augmentation est liée à la disparition du seuil d'écoulement provoquée par la rotation du cylindre intérieur, disparition qui entraîne une accentuation de la thermodépendance. Ce phénomène a été mis en évidence lors de notre étude du champ des vitesses en situation isotherme et de chauffage, avec ou sans rotation (Figs. 11 et 12).

La légère diminution du nombre de Nusselt provoquée par la rotation du cylindre intérieur en régime de Couette–Poiseuille laminaire est traduite par celle du groupement  $Pr_{cg}^{1/3} Ta_g^{0,08}$ , car la diminution du terme  $Pr_{cg}^{1/3}$  l'emporte sur l'augmentation du terme  $Ta_g^{0,08}$  lorsque la vitesse de rotation augmente.

La caractérisation du transfert en régime de

Couette–Poiseuille–Taylor doit être menée en deux fois : zone d'entrée et zone de sortie ; une étude sur un modèle plus long confirmera la validité de cette procédure.

#### 4. CONCLUSION

La présente étude a été effectuée sur un modèle géométrique idéalisé et pour un fluide modèle présentant un seuil d'écoulement et un caractère rhéofluidifiant au-delà du seuil et thermodépendant. Elle a permis de caractériser les différents régimes d'écoulement laminaire et laminaire tourbillonnaire axisymétrique, lesquels conditionnent les mécanismes de transfert de chaleur.

L'effet du seuil d'écoulement et du champ thermique sur le champ des vitesses a été analysé ; les conséquences sur la stabilité de l'écoulement ont été mises en évidence.

Une étude spécifique du coefficient local d'échange de chaleur a été effectuée. Elle met clairement en évidence l'influence du seuil sur la thermodépendance et l'importance du mélangeage provoqué par les tourbillons de Taylor.

Des lois d'échanges locales relatives à chaque

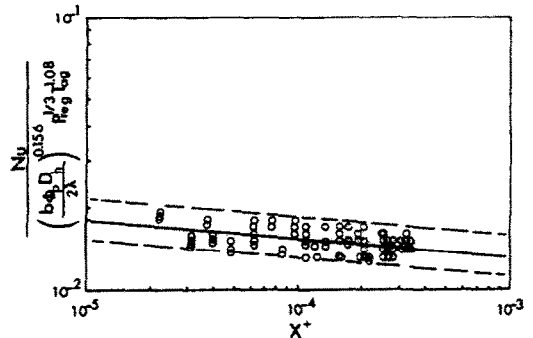


FIG. 19(b). Comparaison entre nos résultats expérimentaux et la corrélation proposée (—). Cas de l'écoulement de Couette–Poiseuille laminaire tourbillonnaire (deuxième région). ----, Bande  $\pm 12\%$ .

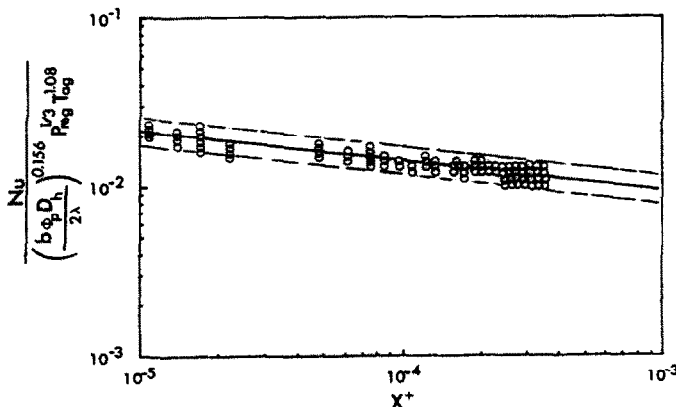


FIG. 19(a). Comparaison entre nos résultats expérimentaux et la corrélation proposée (—). Cas de l'écoulement de Couette–Poiseuille laminaire tourbillonnaire (première région). ----, Bande  $\pm 10\%$ .

régime ont été proposées. Ces lois font toutes intervenir le terme correctif  $(b\Phi_p D_h/2\lambda)^m$ , qui rend compte de la dépendance du fluide vis à vis de la température.

#### REFERENCES

1. J. F. Maingonnat et G. Corriue, Etude des performances thermiques d'un échangeur de chaleur à surface raclée. 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> partie, *Entropie* No. 111, 29-36, 37-48 (1983).
2. A. M. Trommlen and W. J. Beek, Flow phenomena in a scraped surface heat exchanger, *Chem. Engng Sci.* 26, 1933-1942 (1971).
3. K. W. Schwarz, B. E. Springett and R. J. Donnelly, Modes of instability in spiral flow between rotating cylinder, *J. Fluid Mech.* 20, 281-289 (1964).
4. K. M. Becker and J. Kaye, The influence of a radial temperature gradient on the instability on fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder, *Trans. ASME J. Heat Transfer* 106-110 (1962).
5. D. A. Simmers and J. E. R. Coney, Velocity distributions in Taylor vortex flow with imposed laminar axial flow and isothermal surface heat transfer, *Int. J. Heat Fluid Flow* 2(2), 85-91 (1980).
6. V. Scirocco, R. Devienne et M. Lebouché, Ecoulement laminaire et transfert de chaleur pour un fluide pseudo-plastique dans la zone d'entrée d'un tube, *Int. J. Heat Mass Transfer* 28, 91-99 (1985).
7. P. Sourlier, R. Devienne et M. Lebouché, Ecoulement laminaire et transfert de chaleur pour un fluide pseudo-plastique entre deux plaques planes, parallèles et horizontales, *Rev. Gén Therm. Fr.* No. 308-309, 432-439 (1987).
8. C. C. Wan and J. E. R. Coney, An experimental study of diabatic spiral vortex flow, *Int. J. Heat Fluid Flow* 3(1), 31-38 (1982).
9. S. D. Joshi and A. E. Bergles, Heat transfer laminar flow of non-Newtonian pseudoplastic fluids in tubes. In *Heat Transfer*, Vol. 3, pp. 51-56 (1982).
10. C. Nouar, Convection thermique pour un fluide Pseudo-plastique. Cas de l'écoulement de Couette-Taylor-Poiseuille. Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle I.N.P.L. Nancy, France (1986).
11. S. Hirai, T. Takagi, K. Tanaka and T. Higashiya, Turbulent heat transfer to the flow in a concentric annulus with a rotating inner cylinder. In *Heat Transfer 1986. Proc. Eighth Int. Heat Transfer Conf.*, San Francisco, California, Vol. 3, pp. 895-900 (1986).

#### DYNAMICAL AND THERMAL STUDY OF COUETTE-TAYLOR-POISEUILLE FLOW; CASE OF YIELD PSEUDO-PLASTIC FLUID

**Abstract**—Taylor vortices, in the presence and in the absence of axial flow, are studied in the annular space with rotating inner cylinder, using a visualization technique. Only the toroidal mode of instability is set obvious. Incidence of the imposed thermal field on the flow structure is observed and characterized. Finally, heat transfer is studied and local correlations are proposed for different flow regimes, taking account of the thermodependent character of the fluid.

#### DYNAMISCHE UND THERMISCHE UNTERSUCHUNG EINER COUETTE-TAYLOR- POISEUILLE-STRÖMUNG: DER FALL EINES PSEUDO-PLASTISCHEN FLUIDS

**Zusammenfassung**—Es werden Taylor-Wirbel mit und ohne axiale Strömung in einem Ringspalt bei rotierendem inneren Zylinder untersucht. Die Untersuchung wird mit einem visuellen Verfahren durchgeführt. Nur die torusförmige Instabilität ist deutlich festzustellen. Die Einwirkung eines thermischen Feldes auf die Strömungsstruktur wird beobachtet und beschrieben. Zum Schluß wird die Wärmeübertragung untersucht, es werden örtliche Beziehungen für die unterschiedlichen Strömungsbereiche unter Berücksichtigung der temperaturabhängigen Eigenschaften des Fluids angegeben.

#### ДИНАМИЧЕСКОЕ И ТЕРМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА-ТЭЙЛОРА-ПУАЗЕЙЛЯ. СЛУЧАЙ ТЕКУЧЕЙ ПСЕВДОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ

**Аннотация**—Методом визуализации исследуются вихри Тэйлора в кольцевом зазоре с вращающимся внутренним цилиндром при аксиальном течении и при его отсутствии. Выявлен только тороидальный тип неустойчивости. Отмечено и описано влияние наложенного теплового поля на структуру потока. Изучен теплоперенос, и предложены локальные соотношения для описания различных режимов течения с учетом температурной зависимости свойств жидкости.